

محطات التوجيه (stations)

يتألف العمود الفقاري لخدمة الإنترنت في سينغافورة (SIB) من n محطة توجيه مرقّمة من 0 إلى $n - 1$. تصل بين هذه المحطات $n - 1$ وصلة ثنائية الجهة مرقّمة من 0 إلى $n - 2$ حيث تصل كل وصلة بين محطتي توجيه مختلفتين. نطلق اسم جارتين على كل محطتين مرتبطتين بوصلة واحدة.

يتألف المسار من محطة توجيه x إلى محطة توجيه y من مجموعة من محطات التوجيه المختلفة a_0, a_1, \dots, a_p ، حيث تكون $a_p = y, a_0 = x$ ، وتكون كل محطتين متتاليتين على المسار جارتين. يوجد مسار **وحيد تماماً** بين أي محطة توجيه x وأي محطة توجيه أخرى y .

تستطيع أي محطة توجيه x إيجاد حزمة بيانات وإرسالها إلى أي محطة توجيه أخرى y ، والتي تدعى في هذه الحالة **الهدف**. يتم توجيه هذه الحزمة على طول المسار الوحيد من x إلى y بالشكل التالي: بفرض أن الحزمة المتجهة إلى y موجودة حالياً ضمن محطة التوجيه z ($z \neq y$). في هذه الحالة تقوم محطة التوجيه z :

1. بتنفيذ **إجرائية توجيه** تحدد جارة z الموجودة على المسار الوحيد من z إلى y ؛ ومن ثم
2. بتمرير الحزمة إلى تلك الجارة.

ولكن تمتلك محطات التوجيه ذاكرة محدودة لا تكفي لتخزين قائمة الوصلات في SIB لاستخدامها في إجرائية التوجيه.

مهمتك تنجيز آلية التوجيه ضمن SIB والتي تتألف من إجرائيتين:

- تعطى الإجرائية الأولى الدخل التالي: القيمة n ، قائمة الوصلات الموجودة في SIB ورقماً صحيحاً $k \geq n - 1$. وتقوم الإجرائية بإعطاء **معرف رقمي فريد** لكل محطة توجيه يكون محصوراً بين 0 و k (ضمناً).
- يتم تنفيذ الإجرائية الثانية (إجرائية التوجيه) على كل محطات التوجيه وذلك بعد إعطاء المعارف الرقمية لكل المحطات. تعطى الإجرائية الثانية الدخل التالي **حصراً**:
 - s ، **معرف** المحطة التي توجد ضمنها الحزمة،
 - t ، **معرف** المحطة الهدف للحزمة ($t \neq s$)،
 - c ، قائمة **معارف** جارات s .

تعيد هذه الإجرائية معرف جارة s التي يجب توجيه الحزمة إليها.

في مسألة جزئية واحدة، تعتمد علامة الحل على القيمة العظمى لمعرف تقوم بإعطاؤه لمحطة توجيه (عموماً، قيم المعارف الأصغر أفضل).

تفاصيل التنجيز

يتوجب عليك تنجيز الإجرائية التالية:

```
int[] label(int n, int k, int[] u, int[] v)
```

حيث أن:

- n : عدد محطات التوجيه في SIB.
- k : أكبر معرف يسمح باستخدامه.
- u و v : مصفوفتين من القياس $n - 1$ تعرّفان الوصلات ضمن SIB. من أجل كل قيمة i ($0 \leq i \leq n - 2$),
تصل الوصلة i بين المحطتين $u[i]$ و $v[i]$.
- تعيد هذه الإجرائية المصفوفة الأحادية L عدد عناصرها n . من أجل كل قيمة i ($0 \leq i \leq n - 1$), تكون
 $L[i]$ المعرف المُعطى لمحطة التوجيه i . يجب أن تكون كافة قيم عناصر L فريدة ومحصورة بين 0 و k (ضمناً).

```
int find_next_station(int s, int t, int[] c)
```

حيث أن:

- s : معرف المحطة التي توجد ضمنها الحزمة.
 - t : معرف المحطة الهدف للحزمة.
 - c : مصفوفة فيها معرفات كافة جوارات s مرتبة تصاعدياً.
 - تعيد هذه الإجرائية معرف جارة s التي يجب توجيه الحزمة إليها.
- تتضمن كل حالة اختبار سيناريو واحد أو أكثر (تشكيلات مختلفة لل-SIB). تتضمن كل حالة اختبار r سيناريو مستقل حيث يتم تشغيل البرنامج الذي يستدعي الإجرائيتين السابقتين مرتين تماماً على الشكل التالي:

في التشغيل الأول للبرنامج:

- يتم استدعاء الإجرائية الأولى label r مرة،
- يتم تخزين المعرفات الناتجة ضمن نظام التصحيح،
- لا يتم استدعاء الإجرائية الثانية find_next_station.

في التشغيل الثاني للبرنامج:

- يمكن أن يتم استدعاء الإجرائية الثانية find_next_station عدداً من المرات. في كل استدعاء، يتم اختيار سيناريو ما بشكل اعتباطي، حيث يتم استخدام المعرفات الناتجة من الإجرائية label في ذلك السيناريو كدخل للإجرائية find_next_station.
- لا يتم استدعاء الإجرائية الأولى label.

على وجه التحديد، لن تكون البيانات المخزنة ضمن المتحولات الثابتة static و العامة global في التشغيل الأول للبرنامج متاحة ضمن الإجرائية find_next_station.

أمثلة

ليكن الاستدعاء الأول التالي:

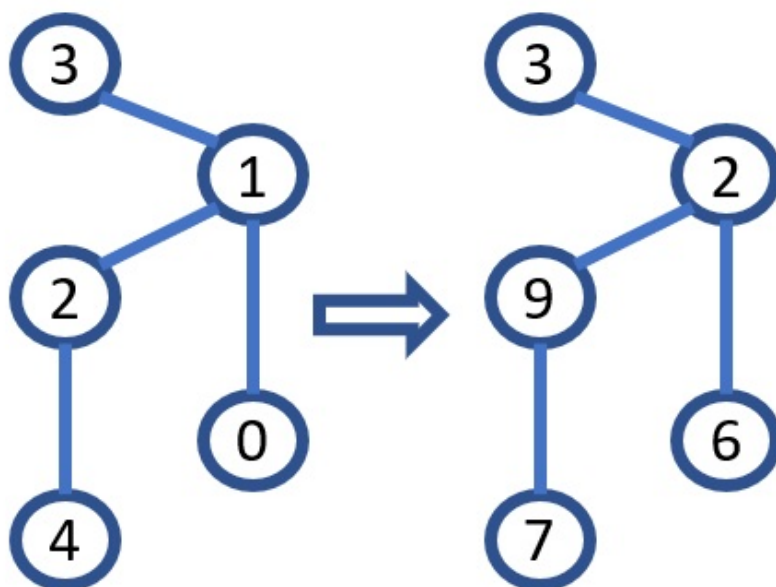
```
label(5, 10, [0, 1, 1, 2], [1, 2, 3, 4])
```

أي يوجد 5 محطات توجيه، و4 وصلات تربط أزواج المحطات ذات الأرقام (0, 1) و (1, 2) و (1, 3) و (2, 4). تكون المعرفات أرقاماً صحيحة تتراوح بين 0 و $k = 10$.

بفرض استخدام المعرفات التالية:

معرف	رقم
0	6
1	2
2	9
3	3
4	7

يجب أن تعيد الإجرائية label المصفوفة [7, 3, 9, 2, 6]. يوضح الشكل التالي أرقام محطات التوجيه (يساراً) والمعرفات المعطاة لها (يميناً).



بفرض تم استخدام المعرفات المعطاة حسب الشكل، ليكن الاستدعاء التالي:

```
find_next_station(9, 6, [2, 7])
```

مما يعني أن محطة التوجيه التي توجد ضمنها الحزمة لها المعرف 9، وأن محطة التوجيه الهدف للحزمة لها المعرف 6. أي أن المعرفات للمحطات المشكّلة للمسار إلى المحطة الهدف للحزمة هي [9, 2, 6].

أي يجب أن يعيد الاستدعاء القيمة 2، التي تمثل معرف المحطة الجارة التي يجب توجيه الحزمة إليها (صاحبة الرقم 1).

ليكن الاستدعاء الآخر التالي:

```
find_next_station(2, 3, [3, 6, 9])
```

يجب أن يعيد الاستدعاء القيمة 3، حيث أن المحطة الهدف للحزمة هي المحطة ذات المعرف 3 وهي جارة للمحطة ذات المعرف 2، وبالتالي يجب أن تستقبل الحزمة بشكل مباشر.

القيود

$$1 \leq r \leq 10$$

من أجل كل استدعاء للإجرائية label:

$$2 \leq n \leq 1000$$

$$k \geq n - 1$$

$$0 \leq u[i], v[i] \leq n - 1 \text{ (من أجل } 0 \leq i \leq n - 2 \text{)}$$

من أجل كل استدعاء للإجرائية find_next_station، يأتي الدخل من اختيار اعتباطي لأحد استدعاءات label، حيث يتم استخدام المعارف المعادة منه، وثم يتم الاستدعاء حيث:

• s و t معرفات لمحطتين مختلفتين.

• c مصفوفة من معرفات جوارات s مرتبة تصاعدياً.

من أجل كل حالة اختبار، لن يتجاوز مجموع أطوال جميع المصفوفات c التي تُمرر للإجرائية find_next_station القيمة 100 000 وذلك متضمناً كل السيناريوهات في حالة الاختبار.

المسائل الجزئية

1. (5 علامات) $k = 1000$ ، لا تملك أي محطة أكثر من جارتين.

2. (8 علامات) $k = 1000$ ، تصل الوصلة i بين المحطتين $i + 1$ و $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$.

3. (16 علامة) $k = 1\,000\,000$ ، لمحطة واحدة (على الأكثر) أكثر من جارتين.

4. (10 علامات) $k = 10^9$ ، $n \leq 8$

5. (61 علامة) $k = 10^9$

يمكن الحصول على علامة جزئية في المسألة الجزئية الخامسة:

لتكن m أعظم قيمة معرف تعيدها الإجرائية label في جميع السيناريوهات. يتم حساب علامة الحل في المسألة الجزئية حسب الجدول التالي:

العلامة	قيمة المعرف العظمى
0	$m \geq 10^9$
$50 \cdot \log_{5 \cdot 10^5}(\frac{10^9}{m})$	$2000 \leq m < 10^9$
50	$1000 < m < 2000$
61	$m \leq 1000$

المصحح النموذجي

يكون الدخل للمصحح النموذجي على الشكل التالي:

- السطر 1: r

يتبعه r كتلة، توصف كل منها سيناريو مستقل. يكون لكل كتلة الشكل التالي:

- السطر 1: n
- الأسطر $2 + i$: $(0 \leq i \leq n - 2)$: $u[i]$ $v[i]$
- السطر $1 + n$: q : عدد استدعاءات الإجرائية `find_next_station`.
- الأسطر $j + n + 2$: $(0 \leq j \leq q - 1)$: $z[j]$ $y[j]$ $w[j]$: أرقام محطات التوجيه المشار لها في الاستدعاء رقم j للإجرائية `find_next_station`. حيث توجد الحزمة في المحطة $z[j]$ ، وتكون المحطة الهدف للحزمة $y[j]$ ، وتكون المحطة الجارة التي يجب توجيه الحزمة إليها $w[j]$.

يطبع المصحح النموذجي النتيجة عيى الشكل التالي:

- السطر 1: m

يتبعه r كتلة متعلقة بسيناريوهات الدخل على التوالي. يكون لكل كتلة الشكل التالي:

- الأسطر $j + 1$: $(0 \leq j \leq q - 1)$: رقم المحطة التي تم إعادة معرفتها من الاستدعاء رقم j للإجرائية `find_next_station`.

لاحظ أن كل تشغيل للمصحح النموذج يستدعي الإجرائيتين `label` و `find_next_station`.